

**Raport științific**  
**proiect PN-III-P1-1.1-PD-2016-0293**  
**10 octombrie 2018 - 30 noiembrie 2020**

## 1 Prezentare generală a rezultatelor și a activității științifice

Conform *Planului de realizare* a proiectului, prin activitatea științifică desfășurată în perioada 10 octombrie 2018 - 30 noiembrie 2020 au fost îndeplinite obiectivele proiectului, obținându-se rezultate teoretice și numerice pentru:

- procese Markov cu timpul modificat de o funcțională aditivă continuă.
- abordări numerice probabiliste pentru probleme la frontieră neliniare.
- mișcarea browniană fracționară cu timpul modificat prin subordonare Bochner.

În cadrul proiectului au fost elaborate *6 lucrări științifice*, astfel:

- 4 articole publicate în zona roșie IF
- 1 articol în curs de publicare
- 1 articol trimis spre publicare

Rezultatele obținute în proiect au fost diseminate prin *9 expuneri* la conferințe internaționale și au fost realizate *două vizite științifice* în anul 2018, la Basque Center for Applied Mathematics (BCAM), Bilbao, Spania, respectiv la Universitatea din Zurich, Elveția.

## 2 Activități științifice generate de proiect

### 2.1 Articole publicate, cu menționarea proiectului

1. L. Beznea, **O. Lupașcu-Stamate**, C. Vrabie, Stochastic solutions to evolution equations of non-local branching processes, *Nonlinear Analysis* **200** (2020), (zona roșie IF)  
<https://doi.org/10.1016/j.na.2020.112021>
2. L. Beznea, A-M. Boeangiu, **O. Lupașcu-Stamate**, h-transform of Doob and non-local branching processes, *Anal. Math. Phys.* **10** (2020), no 4, 47. (zona roșie IF)
3. **O. Lupașcu-Stamate**, Ciprian A. Tudor, Rosenblatt Laplace motion, *Mediterr. J. Math.* (2019) 16:15, <https://doi.org/10.1007/s00009-018-1290-x>(zona roșie IF)
4. I. R. Ionescu, **O. Lupașcu-Stamate**, Boundary variation method for the generalized Cheeger problem, *Applied Numerical Mathematics*, **140** (2019), 199–214. (zona roșie IF)

5. L. Beznea, M. Deaconu, **O. Lupaşcu-Stamate**, Scaling property for fragmentation processes related to avalanches. In AMINSE4 Proceedings, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 2020 (to appear).

## 2.2 Articole trimise spre publicare, cu menţionarea proiectului

6. D. Coculescu, **O. Lupaşcu-Stamate**, G. Visentin, Emergence and Evolution of Cooperation for Survival: a Continuous Time Model, 2020 (preprint).

## 2.3 Expuneri ţinute la conferinţe internaţionale

1. **O. Lupaşcu-Stamate**, h-transform for Bochner subordinate  $L^p$ -semigroups, *Atelier de travail en Stochastique et EDP*, Bucureşti, 20,21 octombrie 2020, video-conferinţa, <http://imar.ro/CFM/2020/EDP-Stochastique-Oct2020.pdf>
2. **O. Lupaşcu-Stamate**, Numerical approach for stochastic differential equations of fragmentation; application to avalanches, *Statistical Modeling with Applications*, Bucureşti, 6,7 noiembrie 2020, video-conferinţa, [https://ismma.ro/?page\\_id=645](https://ismma.ro/?page_id=645)
3. **O. Lupaşcu-Stamate**, *Boundary variation method for the generalized Cheeger problem*, The 38th Caius-Iacob Conference on Fluid Mechanics and its Technical Applications, Bucuresti, noiembrie 2019.
4. **O. Lupaşcu-Stamate**, *Simulari ale curgerii unui fluid vascoplastic*, Conferinta Anuala a Societatii de Stiinte Matematice din Romania, Pitesti, octombrie 2019.
5. **O. Lupaşcu-Stamate**, *Stochastic differential equations of fragmentation and applications*, Ergodic Theory and Related Fields, Bucuresti, octombrie 2019.
6. **O. Lupaşcu-Stamate**, *Rosenblatt Laplace motion*, The Ninth Congress of Romanian Mathematicians, Galati, Romania, iulie 2019.
7. **O. Lupaşcu-Stamate**, *Rosenblatt Laplace motion*, Journees de Probabilites, Dourdan, Franta, iunie 2019.
8. **O. Lupaşcu-Stamate**, *Stochastic differential equations of fragmentation and applications*, The 15th Romanian-Finnish seminar, Turku, Finlanda, iunie 2019.
9. **O. Lupaşcu-Stamate**, *Rosenblatt Laplace motion*, Workshop for Young Researchers in Mathematics (9th edition) Bucuresti, iunie 2019.

## 2.4 Vizite ştiinţifice în cadrul proiectului

- o vizită ştiinţifică de o săptămână (octombrie) la BCAM, Bilbao, Spania, colaborare cu Arghir Zarnescu.
- o vizită ştiinţifică de două săptămâni (noiembrie) la Universitatea din Zurich, Elveţia, colaborare cu Delia Coculescu.

### 3 Prezentarea succintă a rezultatelor științifice

Rezultatele științifice prezentate aici în sinteză corespund îndeplinirii obiectivelor proiectului prin activitățile prevăzute în *Planul de realizare*.

**Procese Markov cu timpul modificat de o funcțională aditivă continuă.** Am dezvoltat o metodă de construcție a proceselor Markov  $h$ -transformate cu o funcție excesivă  $h$ , numită și  $h$ -transformarea lui Doob. Aceste procese apar în studiul comportamentului la frontieră a funcțiilor armonice într-un domeniu euclidian. O altă aplicație a proceselor  $h$ -transformate este dată la procesele de ramificare discretă pe spațiul tuturor configurațiilor finite ale unei mulțimii, obținându-se astfel un proces nou de ramificare discretă având spațiul stărilor mai mic decât cel inițial. În contextul spațiilor  $L^p$  am demonstrat că  $h$ -transformatul unui semigrup subordonat în sensul lui Bochner este funcția de tranziție a unui proces Markov obținut în urma unei  $h$ -transformării a unui proces Markov subordonat în sensul lui Bochner având spațiul stărilor mai mare. De asemenea, am introdus o reprezentare probabilistă pentru soluția ecuației de evoluție neliniară asociată procesului de ramificare construit. Aceste rezultate sunt cuprinse în articolul publicat [2].

În continuare am investigat procesele Markov cu timpul modificat de o funcțională aditivă continuă, cu aplicații la procese de ramificare. Procesele de ramificare descriu evoluția în timp a unui sistem de particule, situat de exemplu, într-un domeniu euclidian  $E$ , astfel: o mișcare spațială dată de un proces Markov cu spațiu de stări  $E$  este combinat cu o procedură de ramificare. Utilizarea clasică a acestor procese apare în studiul evoluției unor populații sau altor sisteme cu dinamică asemănătoare. Am introdus o reprezentare probabilistă pentru soluția unei ecuații de evoluție indusă de un proces de ramificare cu valori măsurii. În prima etapă am construit un proces de ramificare discretă pe spațiu tuturor configurațiilor finite ale unei mulțimii date, cu o rată de "omorâre" indusă de o funcțională aditivă continuă și cu un mecanism de ramificare nelocală dat de un șir de nucleu markoviene. Ca aplicație importantă am considerat aspecte stocastice pentru ecuații de evoluție neliniare legate de problema Neumann și de măsura de suprafață pe frontieră. Astfel, am construit un proces de ramificare nelocală având ca proces de bază mișcarea browniană reflectată pe închiderea unui domeniu euclidian mărginit și neted iar rata de "omorâre" fiind dată de timpul local pe frontieră, care este reprezentat de o funcțională aditivă continuă fără densitate în raport cu măsura Lebesgue. Rezultatele au fost incluse în articolul publicat [1].

**Abordari numerice probabiliste pentru probleme la frontieră neliniare.** În prima etapă am studiat ecuații integro-diferențiale neliniare, semigrupuri de evoluție și probleme la frontieră asociate proceselor de ramificare cu valori măsurii. O altă abordare numerică a fost studiată pentru problema lui Cheeger generalizată, bazată pe metoda variației frontierei, fără schimbarea topologiei. Această problemă de optimizare este utilă în modelarea alunecărilor de teren, avalanșelor și altor curgeri de materiale geofizice. Pentru rezolvarea acestei probleme se caută "un factor de siguranță" și domeniul de "declanșare/rupere". Am demonstrat existența unei soluții pentru această problemă în spațiul funcțiilor cu variație mărginită. Această problemă se rescrie sub forma unei probleme de optimizare a domeniului care folosește numai funcții cu valori pe frontieră. Am dezvoltat o schemă nu-

merică bazată pe metoda variației frontierei. Pentru aceasta, am folosit derivata în raport cu domeniul a funcționalei Cheeger și am demonstrat formula divergenței pe suprafața pentru funcții definite pe suprafața. Discretizarea spațială se bazează doar pe discretizarea frontierei domeniului. Pentru metoda propusă am ilustrat câteva exemple numerice (în dimensiunile doi și trei) pentru viteza de declanșare a fluxului corespunzătoare câtorva probleme fizice. Rezultatele au fost publicate în lucrarea [4].

În continuare am studiat o proprietate de scalare pentru procesele de fragmentare în timp continuu pentru un model stocastic care descrie faza de fragmentare a unui proces de avalanșă. Acesta are la bază un model stocastic de fragmentare binară pentru un sistem infinit de particule unde fiecare particulă este caracterizată de masa sa, în care se consideră un nucleu de fragmentare specific fenomenului de avalanșă. Nucleul adecvat în acest caz este unul discontinuu și înglobează proprietăți fizice ale fenomenului de avalanșă, mai precis proprietatea de tip fractal. Am introdus o abordare numerică pentru acest tip de procese. Rezultatele numerice obținute validează proprietatea de scalare pentru modelul nostru, având la bază ecuația diferențială stocastică de fragmentare corespunzătoare cât și proprietatea de tip fractal a soluției ecuației stocastice. Proprietatea de scalare a soluțiilor este în legătură cu studiul proprietății de auto-similaritate a acestora. Rezultatele au fost publicate în lucrarea [5].

### **Mișcarea browniană fracționară cu timpul modificat prin subordonare Bochner.**

Subordonarea Bochner este o metodă de a introduce salturi în evoluția unui proces prin schimbarea timpului acestuia cu un alt proces stocastic independent. Mișcarea Laplace fracționară a fost introdusă ca un model fractal stocastic pentru conductivitatea hidraulică pe baza examinării datelor empirice din patru locuri diferite. Acest proces stocastic, notat cu  $(U_t)_{t \geq 0}$ , este definit ca o mișcare browniană fracționară subordonată unui proces Gamma, adică pentru fiecare  $t \geq 0$ ,  $U_t := B_{G_t}^H$  unde  $(B_t^H)_{t \geq 0}$  este o mișcare browniană fracționară (fBm în continuare)  $H \in (0, 1)$  și  $(G_t)_{t \geq 0}$  este un proces Gamma independent (care aparține clasei proceselor Lévy). Dorim să extindem setul de instrumente de modelare prin înlocuirea brownianului fracționar cu un alt proces stocastic care are aceeași structură de corelație, dar este non-gaussian. În acest scop, am studiat procesul Rosenblatt care aparține spațiului "Wiener choas", adică poate fi scris ca o integrală dublă iterată în raport cu procesul Wiener. Procesul Rosenblatt este probabil cel mai simplu proces stocastic non-Gaussian care păstrează proprietățile principale ale fBm (auto-similaritate, staționare a incrementelor, dependența pe termen lung, structura de corelație). Aceste rezultate sunt incluse în lucrarea [3].

Am investigat un model în timp continuu pentru modelarea stării de lichiditate a unui sistem de instituții financiare. Aceste instituții pot evolua independent una de cealaltă sau pot coopera formând un grup. În cadrul unei coaliții, fiecare instituție este în legătură cu alte instituții prin relații de împrumut. Când o instituție are nevoie de lichiditate, ea caută un împrumut de la o entitate din coaliție care are surplus. Aceste relații de împrumut formează o rețea complexă între membrii coaliției. Studiul se axează pe analiza modului optimal de cooperare (împrumut) în cadrul unei coaliții. Starea de lichiditate a fiecărui membru este descrisă printr-un proces stocastic. Se analizează evoluția în timp a instituțiilor care se afla în deficit. În particular, se caracterizează distribuția pe termen

lung a sistemului. Aceste rezultate sunt conținute în lucrarea [6] trimisă spre publicare.

Director proiect, CS III Dr. Oana-Valeria Stamate