

Pledoarie pentru matematica aplicată*

De-a lungul timpului, denumirea de matematică aplicată a creat confuzie chiar și în rândul matematicienilor, care nu au dat un răspuns unic la întrebarea ce este matematica aplicată. Se spune că zece matematicieni întrebați acest lucru pot da cinsprezece răspunsuri diferite! Analizând mai atent, vom încerca să caracterizăm în cele ce urmează această direcție mai tânără a matematicii.

Ne putem aminti, zâmbind, de definiția clasică a profesorului Gr. C. Moisil care compara matematicianul pur cu cel aplicat spunând că primul face ce poate cum trebuie, iar celălalt face ce trebuie cum poate. O definiție standard ar fi că matematica aplicată este o ramură a matematicii care se ocupă cu studiul tehnicilor matematice care pot fi utilizate pentru aplicarea cunoștințelor matematice în alte domenii științifice și tehnice.

Poate că aceste caracterizări ale matematicii aplicate, atât prima, ușor malițioasă cât și cea de a doua, convențională, ar fi putut fi corecte la începuturi. Vom prezenta câteva argumente pentru a demonstra însă că matematica aplicată nu se reduce numai la atât, ci că este esențial matematică, un subdomeniu extins, profund și creativ al matematicii, care are o frontieră liberă dinamică cu aceasta.

De altfel, dacă privim în Europa remarcăm o amploare extraordinară a matematicii aplicate în școli cu tradiții în matematica pură, cum ar fi în Franța, Anglia și mai ales Italia. În Italia, cercetători importanți în domeniul analizei, foști elevi ai școlii faimoase de analiză a lui Guido Stampacchia de la Roma sau a lui Enrico Magenes de la Pavia, se autointitulează cu mândrie matematicieni aplicați. Chiar profesori de analiză de la Universitatea din Bologna, recunoscută pentru lungă sa tradiție în matematica pură, cu rezultate teoretice extrem de abstracte, le completează cu aplicații la modele din alte științe și numesc acest lucru analiză aplicată.

Pentru început, o listă de câteva întrebări ar putea da o idee despre ceea ce își propune ca studiu matematica aplicată.

- Se poate prezice umiditatea solului în funcție de intensitatea ploilor, temperatura exterioară și cantitatea de apă preluată din sol de vegetație?*
- Se pot surprinde efectele substanțelor poluante care sunt dispersate în aer sau apă și se poate determina traiectoria lor sau locul de unde au apărut?*

**Preluare parțială din: G. Marinoschi, Cercetări de matematică aplicată, Pagini din Istoria Matematicii Românești (Coordonatori: V. Barbu, G. Marinoschi, I. Tomescu), Civilizația Românească Vol. 11, 94-107, Editura Academiei Române, 2018.*

- *Cum se pot combina cunoștințele despre interacțiunile dintre oceane, atmosferă și ecosisteme vii în modele pentru a prezice schimbările climatice pe termen lung?*
- *Cum se poate modela matematic răspândirea unui incendiu forestier în funcție de vreme, de sol și de tipul copacilor?*
- *Poate matematica ajuta la prevenirea dezastrelor naturale, cum ar fi alunecările de teren prin determinarea optimă a amplasamentului unui baraj natural?*
- *Se poate controla interacțiunea dintre o populație prădătoare și o populație care reprezintă hrana sa?*
- *Cum ar putea să se răspândească o epidemie în zonele populate și cum ar putea fi controlată?*
- *Cum se poate îmbunătăți acțiunea unui medicament?*
- *S-ar putea optimiza presiunea sanguină în cazul insuficienței venoase?*
- *Pot fi ajutate deciziile clinice bazate pe o abordare personalizată a medicamentelor?*
- *Cum se poate alocă o investiție între diferitele instrumente financiare pentru a face față unui compromis risc / profit?*
- *Se pot determina caracteristici ale materialelor folosite în construcții pentru a optimiza temperatura în interiorul unei cladiri?*

La prima vedere aceste întrebări nu se adresează matematicii. Însă matematica aplicată poate răspunde și poate da măcar informații utile pentru luarea unor decizii. Este de notat faptul că la unele din aceste întrebări matematicienii aplicați au dat deja răspunsuri. Prin construirea obiectelor teoretice care sunt modelele matematice riguroase (deosebite de modelele empirice bazate pe observații, utilizate în științe), caracteristicile acestor procese și fenomene cât și interacțiunile dintre ele se pot transpune în cadrul abstract al matematicii și astfel pot fi studiate cu instrumentele sale specifice. Matematica este văzută din exterior ca o știință abstractă, dar matematica aplicată poate oferi interpretări ale rezultatelor matematice pentru un înțeles larg. Practic orice domeniu de cercetare, fizică, chimie, inginerie, economie, sociologie, biologie, medicină poate beneficia de implicarea matematicii.

În matematica aplicată cercetătorii urmăresc înțelegerea conceptelor din alte domenii și aleg tehnici matematice adaptate pentru a le analiza, examinând totodată limitările modelelor și tehnicilor de rezolvare și dezvoltându-le pentru a permite o abordare eficientă. Matematica aplicată trebuie privită ca o matematică adaptată la problemele din lumea reală cu scopul dublu de a explica fenomenele observate și de a prezice comportări noi, posibil încă neobservate. De aceea, accentul se pune pe dezvoltarea de metode îmbunătățite sau pe crearea unora noi pentru

a face față provocărilor noilor probleme și a lumii reale.

Însă nu orice intervenție a matematicii în alte domenii se poate numi matematică aplicată. O definiție mai clară a sa include câteva condiții care pot fi rezumate în următoarele:

- (i) crearea modelului matematic care descrie fenomenul sau procesul prin stabilirea unei formulări matematice bazate pe ecuații sau pe metode probabiliste;*
- (ii) analiza matematică a modelului respectiv, cu metode matematice adecvate, pentru demonstrarea riguroasă a existenței, unicității, regularității și a altor proprietăți ale soluției;*
- (iii) analiza numerică, crearea de algoritmi și coduri și simularea numerică;*
- (iv) comparația între rezultatele teoretice și cele experimentale și interpretări în scopul îmbunătățirii modelelor sau a calibrării lor.*

Matematica utilizată pentru realizarea acestora combină cunoștințe din teoria ecuațiilor diferențiale, ecuațiilor cu derivate parțiale, ecuațiilor de evoluție în spații infinite dimensionale, analiză funcțională, teoria operatorilor, procese stochastice, probabilități, analiză reală, analiză complexă, teoria măsurii, analiză convexă, metode numerice, implicând astfel multe domenii din matematică.

Este adevărat că unele cercetări dau o mai mare pondere doar unora din aspectele (i)-(iv). Unele prezintă modelul, fac simulări numerice bazate pe softuri existente și eventual prezintă comparații cu date observate, numindu-se matematică aplicată. Altele insistă și pe dezvoltarea unei tehnici numerice specifice și pe crearea unui algoritm propriu pentru rezolvarea problemei, obținând un rezultat bun și necesar.

Dar cercetările care nu iau în considerare analiza modelului și demonstrarea riguroasă a faptului că este bine-pus (well-posed) nu sunt suficiente pentru un matematician.

Ne vom referi la cercetările care au în vedere punctul (ii), focusate pe partea matematică teoretică propriu-zisă, prin investigarea modelelor (proapse sau preluate din literatură) din punct de vedere teoretic. Esențial pentru matematician este acest aspect conceptual de a demonstra în primul rând că modelul are sens, adică că are cel puțin o soluție, eventual unică și cu proprietăți în concordanță cu comportarea procesului studiat. O acțiune extrem de importantă aici constă și în definirea de noi concepte și crearea de noi rezultate teoretice matematice care să facă față dificultății unor modele matematice noi care, încercând să surprindă cât mai mult din complexitatea fenomenelor fizice, rezultă în a fi practic nerezolvabile din punct de vedere al consistenței matematice (well-posedness). Simplificarea lor, care ar permite posibila rezolvare,

ar conduce la caracterizări mai puțin corecte ale proceselor studiate. Abilitatea și cunoștințele matematicianului aplicat constau tocmai în faptul de a extrage cunoștințele cele mai potrivite din teorie și de a crea unele matematice noi pentru a depăși dificultățile unui model mai precis dar pentru care nu există precedente în rezolvare.

În ceea ce privește prima parte, cea de modelare, extrem de dificilă, care poate oferi matematicianului aplicat o înțelegere cât mai clară a procesului care trebuie investigat, aceasta este absentă în multe lucrări. Ea se poate realiza în mod corect prin cercetare interdisciplinară. Astfel, alte științe oferă noi provocări care conduc la crearea de noi rezultate teoretice în matematică, pe lângă rezultatele pe care aceasta le poate oferi științei partener. De aceea relația dintre matematica (aplicată) și alte științe nu este de subordonare a nici uneia dintre ele de către cealaltă ci de colaborare în beneficiul fiecăreia dintre ele.

Convenim astfel ca, în contextul analizei și controlului unor modele matematice din lumea reală, să dăm aici denumirea de matematică aplicată unei cercetări complete definite ca mai sus, dar care în mod obligatoriu, este capabilă să producă și rezultate teoretice noi în domeniile pe care se bazează (teoria ecuațiilor cu derivate parțiale, teoria sistemelor infinit dimensionale, teoria semigrupurilor, teoria controlului, teoria probabilităților, ecuații stocahstice, analiză funcțională). Concludem că matematica aplicată este matematică prin ea însăși, nu descoperă legi ale naturii, dar prin analiza proprie a modelelor poate duce la descoperiri științifice noi.

Gabriela Marinoschi